PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG MẶT PHẲNG

PHẦN I: ÔN TẬP KIẾN THỨC TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

ÔN TẬP:

Các công thức toạ độ:

+ Cho $A(x_A;y_A),\ B(x_B;y_B),\ C(x_C;y_C)$:

* $\boxed{\overrightarrow{AB}=\left(x_B-x_A;y_B-y_A\right)}$

* $\boxed{\left|\overrightarrow{AB}\right|=AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}}$

+ $I(x_I;y_I)$ **là trung điểm của AB,** $G(x_G;y_G)$ **là trọng tâm** ΔABC**:**

* $\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2} \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2} \end{cases}$

* $\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \end{cases}$

+ **Biểu thức toạ độ của tích vô h- ớng:** Cho $\vec{a}(x_1;y_1)$; $\vec{b}(x_2;y_2)$ thì:

$\boxed{\vec{a}.\vec{b}=x_1x_2+y_1.y_2}$ và $\boxed{\cos\left(\vec{a};\vec{b}\right)=\dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2}}}$

Hệ quả: $\boxed{\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=0\Leftrightarrow x_1x_2+y_1.y_2=0}$

PHẦN II: ĐƯỜNG THẲNG TRONG MẶT PHẲNG

I- LÝ THUYẾT:

1- Ph- ơng trình đ- ờng thẳng:

a) ***Phương trình tổng quát:*** $\boxed{Ax+By+C=0}$ **(1)** ($A^2+B^2>0$)

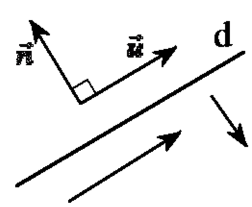
+ Véc tơ pháp tuyến: $\vec{n}$ **= (A;B);** véc tơ chỉ ph- ơng $\vec{u}$ **= (−B;A)**

Ph- ơng trình đ- ờng thẳng đi qua điểm $M_0(x_0;y_0)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}$ = (A;B) là

$$\boxed{A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)=0}$$

b) ***Phương trình tham số*****:**

Ph- ơng trình *tham số* của đ- ờng thẳng (d) di qua điểm $M_0(x_0;y_0)$, có véc tơ chỉ ph- ơng $\vec{u}$ =(a;b) là: $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}$ (t là *tham số*) **(2)**



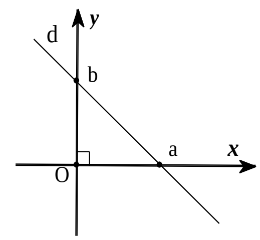
***Chú ý*:** Mối quan hệ giữa vectơ pháp và vectơ chỉ phương:

$$\boxed{\vec{n}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\vec{n}.\vec{u}=0}$$

(4)

+ Ph- ơng trình đ- ờng thẳng cho theo đoạn chắn:

Đ- ờng thẳng (d) cắt Ox, Oy lần l- ợt tại các điểm



A(a;0), B(0;b) có pt là: $\boxed{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1}$ $(a.b\neq 0)$ **(5)**

+ Họ pt đ- ờng thẳng đi qua điểm $M_0(x_0;y_0)$ là:

$\boxed{y-y_0=k(x-x_0)}$ **(6)**

(Trong đó k : là **<u>hệ số góc</u>** của đường thẳng)

<u>2) Môt số vấn đề xung quanh ph- ơng trình đ- ờng thẳng.</u>

a) Vị trí t- ơng đối của hai đ- ờng thẳng:

Cho hai đ- ờng thẳng: (d) có pt Ax + By + C = 0 và

(d') có pt A'x + B'y+ C' = 0.

Một số phương pháp để xác định (d), (d') cắt nhau, song song, trùng nhau:

<u>Phương pháp 1:</u> (*Giải tích*)

Toạ độ giao điểm của (d) và (d') là nghiệm của phương trình:

$$\boxed{\begin{cases} Ax+By+C=0 \\ A'x+B'y+C'=0 \end{cases} \quad (*)}$$

Kết luận: + Hệ (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow$ $(d)//(d')$

+ Hệ (*) vô số nghiệm $\Leftrightarrow$ $(d)\equiv(d')$

+ Hệ (*) có nghiệm $(x_0;y_0)\Leftrightarrow$ $(d)\cap(d')=\{M_0(x_0;y_0)\}$

<u>Phương pháp 2:</u> (*Nhận xét về mối quan hệ giữa các **vectơ đặc trưng***)

Cho 2 đường thẳng (d): Ax + By + C = 0 và (d'): A'x + B'y+ C' = 0 có vectơ pháp tương ứng là $\vec{n}=(A;B)$, $\vec{n}'=(A';B')$.

TH1: $\vec{n}=k\vec{n}'\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(d)//(d')\\(d)\equiv(d')\end{array}\right.$

TH2: $\vec{n}\neq k\vec{n}'\Leftrightarrow$ $(d)\cap(d')=\{M_0(x_0;y_0)\}$

Đặc biệt: $\boxed{\vec{n}\perp\vec{n}'\Leftrightarrow(d)\perp(d')}$

<u>Thí du</u>:

1) Tìm đ/k của m để hai đ- ờng thẳng sau cắt nhau:

(d): (m+1) x - my + m^2- m = 0 và (d'): 3mx - (2+m)y- 4 = 0.

2) Tìm đ/k của m, n để hai đ- ờng thẳng sau song song:

(d): mx + (m - 1)y - 3 = 0 và (d'): x - 2y - n = 0.

<u>KỶ NĂNG:</u>

Cho đường thẳng d : $Ax+By+C=0$. Lúc đó :

* $\Delta//d$: Δ có dạng $Ax+By+m=0$

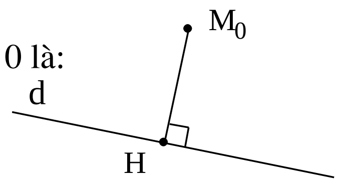
* $\Delta\perp d$: Δ có dạng $-Bx+Ay+n=0$

m khac C

b) Khoảng cách:

+ Khoảng cách từ một điểm đến một đ- ờng thẳng:

Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0;y_0)$ đến đt (d): Ax + By + C = 0 là:



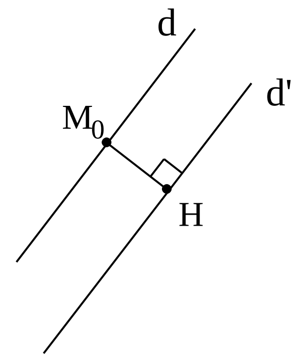
$$\boxed{h = d\left(M_0;d\right) = M_0H = \frac{\left|Ax_0 + By_0 + C\right|}{\sqrt{A^2+B^2}}}$$

+ Khoảng cách giữa hai đ- ờng thẳng song song:

Cho (d): Ax + By + C = 0 và (d'): Ax + By + C' = 0.

Khoảng cách giữa (d) và (d') là:

$$\boxed{h = d(d;d') = d(M_0;d') = \frac{\left|C-C'\right|}{\sqrt{A^2+B^2}} \qquad \forall M_0 \in (d)}$$



Thí du:

a) Viết pt đ- ờng thẳng (d) song song với đ- ờng thẳng (d') có pt: x -y + 1 = 0 và cách (d') một khoảng h = $\sqrt{2}$

b)Viết pt đ- ờng thẳng song song và cách đều hai đ- ờng thẳng sau: x - 2y + 1 = 0 và x - 2y - 5 = 0.

c) Góc giữa hai đ- ờng thẳng:

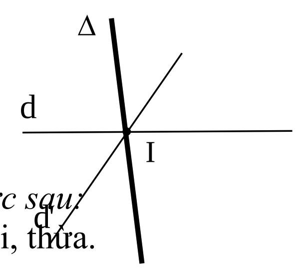
+ Cho (d): Ax + By + C = 0 và (d'): A'x + B'y + C' = 0. Gọi α $\left(0 \le \alpha \le 90^0\right)$ là góc của (d) và (d') thì:

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{\left|\vec{n}_d.\vec{n}_{d'}\right|}{\left|\vec{n}_d\right|.\left|\vec{n}_{d'}\right|} = \frac{\left|AA'+BB'\right|}{\sqrt{A^2+B^2}\sqrt{A'^2+B'^2}}}$$

Mở rộng thêm:

Cho (d) và (d') là hai đ- ờng thẳng có hệ số góc lần l- ợt là: k_1, k_2 góc giữa (d) và (d') là α thì:

$$\boxed{\tan\alpha = \left|\frac{k_1-k_2}{1+k_1k_2}\right|}$$



MỘT SỐ NHẬN XÉT VÀ KỶ NĂNG QUAN TRỌNG:

Thông thường để giải tốt một bài toán hình giải tích, ta theo các bước sau:

+ Vẽ hình ở nháp, phân tích kỹ các giả thiết tránh khai thác sai, thừa.

+ Lựa chọn thuật toán và trình bày bài.

I-KỸ NĂNG SỬ DỤNG KHÁI NIỆM "THUỘC"

Phương pháp:

1) $\boxed{M_0(x_0;y_0) \in \Delta: ax+by+c=0 \Leftrightarrow ax_0+by_0+c=0}$

VD: $M(1;0) \in \Delta: 2x-y-2=0$ vì $2.1-0-2=0$

$M(1;1) \notin \Delta: 2x-y-2=0$ vì $2.1-1-2=-1\neq 0$

2) Cho đt $\Delta: ax+by+c=0$ và $M\in\Delta$. Lúc đó, ta gọi $M(t;\frac{-at-c}{b})$

(*nghĩa là tọa độ của M chỉ phụ thuộc một ẩn*)

VD: $M\in\Delta: 2x-y-2=0$. Gọi $M(t;2t-2)$

$M \in \Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 4t \end{cases}; t \in R$. Gọi $M(1+t;3-4t)$

$M \in \Delta: 2x - 3 = 0$. Gọi $M(\frac{3}{2};t)$

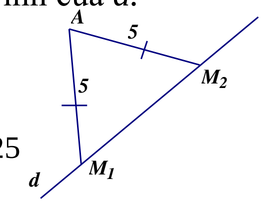
$M \in \Delta: y - 3 = 0$. Gọi $M(t;3)$.

<u>Bài tập minh họa</u>: Cho đường thẳng d có ptts: $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}; t \in R$.

Tìm điểm $M \in d$ sao cho khoảng cách từ M đến điểm $A(0;1)$ một khoảng bằng 5.

<u>Giải</u>: <u>*Nhận xét*</u>: Điểm $M \in d$ nên tọa độ của *M* phải thỏa mãn phương trình của *d*.

Gọi $M(2+2t;3+t) \in d$.



Ta có: $\overrightarrow{AM} = (2+2t;2+t)$.

Theo giả thiết: $|\overrightarrow{AM}| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(2+2t)^2 + (2+t)^2} = 5 \Leftrightarrow (2+2t)^2 + (2+t)^2 = 25$

$\Leftrightarrow 5t^2 + 12t - 17 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = \frac{-17}{5} \end{array} \right.$. Vậy có 2 điểm M thỏa ycbt $M_1(4;4)$ và $M_2(\frac{-24}{5};\frac{-2}{5})$.

<u>Nhận xét</u>:

Dựa vào *hình vẽ ở nháp*, ta có thể thấy luôn tồn tại 2 điểm *M* thỏa ycbt.

<u>Bài tập tương tự:</u>

Cho đt $\Delta: x - 3y + 6 = 0$ và $A(1;2)$. Xác định hình chiếu H của A lên đường thẳng Δ.

<u>II-KỸ NĂNG VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG:</u>

Cho đt $\Delta: ax + by + c = 0$.

* PT đt $d \perp \Delta$ có dạng: $bx - ay + m = 0$

* PT đt $d // \Delta$ có dạng: $ax + by + m = 0$. (trong đó m là tham số).

<u>*Yêu cầu*</u>: *Viết phương trình đường thẳng d qua $M_0(x_0;y_0)$ và vuông góc (hay song song) với $\Delta: ax + by + c = 0$.*

<u>Phương pháp</u>:

<u>*Cách 1*</u>: Xác định vtcp hoặc vtpt.

Đường thẳng *d* qua $M_0(x_0;y_0)$ và nhận ..., pt *d:*

<u>*Cách 2*</u>: Do $d \perp \Delta$ nên pt d có dạng: $bx - ay + m = 0$ (m là tham số)

Mặt khác $M_0(x_0;y_0) \in d$ nên: $bx_0 - ay_0 + m = 0 \Rightarrow m$. Kết luận...

<u>Bài tập minh họa</u>:

Viết ptđt d qua $M(1;1)$ và song song với $\Delta: 2x - y + 1 = 0$.

<u>Giải:</u>

Do $d // \Delta$ nên pt d có dạng: $2x - y + m = 0$ (m là tham số).

Mặt khác $M(1;1) \in d$ nên: $2.1 - 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Lúc đó, pt *d*: $2x - y - 1 = 0$ (ycbt).

<u>Bài tập tương tự:</u>

1) Viết ptđt d qua $M(1;1)$ và vuông góc với $\Delta: 2x - y + 1 = 0$.

2) Cho ΔABC với $A(0;1), B(2;1)$ và $C(-1;2)$. Lập phương trình các đường cao của ΔABC.
