

## BÀI TẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x + 2y - z + 1 = 0$ . Mặt phẳng  $(P)$  có vector pháp tuyến là

- A.  $\vec{n} = (2; 3; -1)$ .      B.  $\vec{n} = (3; 2; -1)$ .      C.  $\vec{n} = (-1; 3; 2)$ .      D.  $\vec{n} = (3; -1; 2)$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(Oyz)$  là

- A.  $\vec{n} = (1; 0; 0)$ .      B.  $\vec{n} = (0; 1; 0)$ .      C.  $\vec{n} = (0; 0; 1)$ .      D.  $\vec{n} = (1; 0; 1)$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x - y + z - 1 = 0$ . Tìm điểm **thuộc** mặt phẳng  $(P)$ .

- A.  $A(1; -2; -4)$ .      B.  $C(1; 2; -4)$ .      C.  $D(-1; -2; -4)$ .      D.  $B(1; -2; 4)$ .

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; -1; 3)$ ,  $B(4; 0; 1)$  và  $C(-10; 5; 3)$ . Tìm vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(ABC)$ ?

- A.  $\vec{n} = (1; 2; 2)$ .      B.  $\vec{n} = (1; -2; 2)$ .      C.  $\vec{n} = (1; 8; 2)$ .      D.  $\vec{n} = (1; 2; 0)$ .

**Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm phương trình mặt phẳng  $(Oyz)$ .

- A.  $x - 1 = 0$ .      B.  $z = 0$ .      C.  $y = 0$ .      D.  $x = 0$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ . Tìm vector pháp tuyến của  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n} = (6; 3; 2)$ .      B.  $\vec{n} = (2; 3; 6)$ .      C.  $\vec{n} = (1; 2; 3)$ .      D.  $\vec{n} = (3; 2; 1)$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(2; -1; 2)$  và  $N(2; 1; 4)$ . Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $MN$ .

- A.  $2x + y - 2z = 0$ .      B.  $3x + y - 1 = 0$ .      C.  $y + z - 3 = 0$ .      D.  $x - 3y - 1 = 0$ .

**Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3; 2; -2)$ ,  $B(1; 0; 1)$  và  $C(2; -1; 3)$ . Viết phương trình mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc  $BC$ .

- A.  $x + y + 2z - 1 = 0$ .      B.  $x - y + 2z - 5 = 0$ .  
C.  $x + y + 2z + 3 = 0$ .      D.  $x - y + 2z + 3 = 0$ .

**Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A(2; -1; -1)$  lên  $(P): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$ . Độ dài của đoạn thẳng  $AH$  là

- A.  $AH = \frac{11}{5}$ .      B.  $AH = \frac{22}{5}$ .      C.  $AH = \frac{22}{25}$ .      D.  $AH = \frac{11}{25}$ .

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , tính khoảng cách  $d$  giữa hai mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$  và  $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$ .

- A.  $d = 4$ .      B.  $d = \frac{4}{9}$ .      C.  $d = \frac{4}{3}$ .      D.  $d = \frac{2}{3}$ .

**Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $(P): 2x - my + 3z - 6 + m = 0$   $(Q): (m+3)x - 2y + (5m+1)z - 10 = 0$ .  
 Tìm giá trị thực của  $m$  để mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với mặt phẳng  $(Q)$ .

- A.  $m \neq 1$ .                      B.  $m = -\frac{5}{2}$ .                      C.  $m = 1$ .                      D.  $m = \frac{-9}{19}$ .

**Câu 12:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua  $M(1;2;3)$  và song song với mặt phẳng  $x - 2y + 3z - 1 = 0$  có phương trình là

- A.  $x - 2y + 3z - 6 = 0$ .                      B.  $x + 2y - 3z - 6 = 0$ .  
 C.  $x + 2y - 3z + 6 = 0$ .                      D.  $x - 2y + 3z + 6 = 0$ .

**Câu 13:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $H(2;1;1)$ . Viết phương trình mặt phẳng qua  $H$  và cắt các trục  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt tại  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sao cho  $H$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

- A.  $x - y - z = 0$ .                      B.  $2x + y + z - 6 = 0$ .                      C.  $2x + y + z + 6 = 0$ .                      D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1..$

**Câu 14:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): ax + by + cz - 27 = 0$  qua hai điểm  $A(3;2;1)$ ,  $B(-3;5;2)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$ . Tính tổng  $S = a + b + c$ .

- A.  $S = -2$ .                      B.  $S = -12$ .                      C.  $S = 2$ .                      D.  $S = -4$ .

**Câu 15:** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  chứa điểm  $M(1;3;-2)$ , cắt các tia  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt tại  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sao cho  $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$ .

- A.  $4x + 2y + z + 1 = 0$ .                      B.  $4x + 2y + z - 8 = 0$ .  
 C.  $2x - y - z - 1 = 0$ .                      D.  $x + 2y + 4z + 1 = 0$ .

**Câu 16:** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1;2;3)$  và cắt ba tia  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho thể tích tứ diện  $OABC$  nhỏ nhất.

- A.  $6x + 3y + 2z - 18 = 0$ .                      B.  $6x + 3y + 3z - 21 = 0$ .  
 C.  $6x + 3y + 3z + 21 = 0$ .                      D.  $6x + 3y + 2z + 18 = 0$ .

**Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3; 0; 0)$ ,  $B(0; -6; 0)$ ,  $C(0; 0; 6)$  và mặt phẳng  $(P): x + y + z - 4 = 0$ . Tìm điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(P)$  sao cho  $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.  $M(2; -1; 3)$ .                      B.  $M(2; 1; 3)$ .                      C.  $M(0; -3; 1)$ .                      D.  $M(1; -2; 2)$ .

**Câu 18:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $x - 2y - 2z - 5 = 0$  và mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$ . Tìm phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(P)$  và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$ .

- A.  $x - 2y - 2z + 1 = 0$ .                      B.  $-x + 2y + 2z + 5 = 0$ .

C.  $x - 2y - 2z - 23 = 0$ .

D.  $-x + 2y + 2z + 17 = 0$ .

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$  và mặt phẳng  $(P): 4x - 3y - m = 0$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để mặt phẳng  $(P)$  và mặt cầu  $(S)$  có đúng 1 điểm chung.

A.  $m = 1$  hoặc  $m = 21$ .

B.  $m = -9$  hoặc  $m = 31$ .

C.  $m = 1$ .

D.  $m = -1$  hoặc  $m = -21$ .

**Câu 20:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z + m = 0$ . Tìm  $m$  để  $(S)$  cắt  $(P)$  theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng  $6\pi$ .

A.  $m = 17; m = -7$ .

B.  $m = -17$ .

C.  $m = 15$ .

D.  $m = 7$ .

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1: B**

**Câu 2: A**

**Câu 3: A**

**Câu 4: A**

**Câu 5: D**

**Câu 6: A**

**Câu 7: C**

**Câu 8: D**

**Câu 9: A**

**Câu 10: C**

**Câu 11: B**

**Câu 12: A**

**Câu 13: B**

**Câu 14: Chọn D**

Ta có:  $\overline{AB} = (-6; 3; 1)$ ,  $\overline{n_Q} = (3; 1; 1)$ .

Do mặt phẳng  $(P)$  qua  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q)$  nên  $\overline{n_P} = [\overline{AB}, \overline{n_Q}] = (2; 9; -15)$

Suy ra phương trình mặt phẳng  $(P): 2x + 9y - 15z - 27 = 0$ .

Vậy  $S = a + b + c = 2 + 9 - 15 = -4$ .

**Câu 15: Chọn B**

Phương trình mặt chắn cắt tia  $Ox$  tại  $A(a; 0; 0)$ , cắt tia  $Oy$  tại  $B(0; b; 0)$ , cắt tia  $Oz$  tại

$C(0; 0; c)$  có dạng là  $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$  (với  $a > 0, b > 0, c > 0$ ).

Theo đề:  $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{b}{2} \\ c = 2b \end{cases}$ .

Vì  $M(1;3;-2)$  nằm trên mặt phẳng  $(P)$  nên ta có:  $\frac{1}{\frac{b}{2}} + \frac{3}{b} + \frac{-2}{2b} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{b} = 1 \Leftrightarrow b = 4$ .

Khi đó  $a = 2, c = 8$ .

Vậy phương trình mặt phẳng  $(P)$  là:  $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + z - 8 = 0$ .

**Câu 16: Chọn A**

Giả sử  $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$  ( $a, b, c > 0$ )

$$(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad (1)$$

$$M(1;2;3) \text{ thuộc } (ABC): \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1.$$

$$\text{Thể tích tứ diện } OABC: V = \frac{1}{6}abc$$

$$\text{Áp dụng BDT Côsi ta có: } 1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}} \Rightarrow 1 \geq \frac{27.6}{abc} \Rightarrow \frac{1}{6}abc \geq 27 \Rightarrow V \geq 27$$

$$\text{Ta có: } V \text{ đạt giá trị nhỏ nhất } \Leftrightarrow V = 27 \Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (ABC): 6x + 3y + 2z - 18 = 0.$$

**Câu 17: Chọn A**

Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC \Rightarrow G(1; -2; 2)$ .

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MG}|.$$

Do đó  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow 3|\overrightarrow{MG}|$  nhỏ nhất  $\Rightarrow M$  là hình chiếu của  $G$  lên  $(P)$ .

$$\text{Gọi } d \text{ là đường thẳng qua } G \text{ và vuông góc } (P) \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Tọa độ  $M(1+t; -2+t; 2+t)$ .

Điểm  $M$  thuộc  $(P)$  nên  $1+t-2+t+2+t-4=0 \Rightarrow t=1$ . Vậy  $M(2; -1; 3)$ .

**Câu 18: Chọn D**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -2; -3)$  và bán kính  $R = 2$ .

Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(P)$  và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$ .

Phương trình  $(Q)$  có dạng:  $x - 2y - 2z + D = 0$  ( $D \neq -5$ ).

$$(Q) \text{ tiếp xúc với } (S) \text{ khi và chỉ khi } d(I, (Q)) = R \Leftrightarrow \frac{|1 - 2 \cdot (-2) - 2 \cdot (-3) + D|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 2$$

$$\Leftrightarrow |D + 11| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} D + 11 = 6 \\ D + 11 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -5 \\ D = -17 \end{cases}.$$

Đôi chiếu điều kiện suy ra  $D = -17$ .

Vậy phương trình của  $(Q)$  là  $x - 2y - 2z - 17 = 0 \Leftrightarrow -x + 2y + 2z + 17 = 0$ .

**Câu 19: Chọn A**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2; -1; -2)$ , bán kính  $R = 2$ .

Mặt phẳng  $(P)$  và mặt cầu  $(S)$  có đúng 1 điểm chung khi:  $d(I; (P)) = R$ .

$$\Leftrightarrow \frac{|11 - m|}{5} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 21 \end{cases}.$$

**Câu 20: Chọn A**

Ta có: Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -2; 3)$  và bán kính  $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2 + 11} = 5$ .

Gọi  $r$  là bán kính đường tròn giao tuyến:  $2\pi r = 6\pi \Leftrightarrow r = 3$ .

Mà  $R^2 = d^2(I, (P)) + r^2 \Leftrightarrow 5^2 = d^2(I, (P)) + 3^2 \Leftrightarrow d(I, (P)) = 4$ .

$$\text{Ta có: } d(I, (P)) = 4 \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2(-2) - 3 + m|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 4 \Leftrightarrow |m - 5| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 17 \\ m = -7 \end{cases}.$$